

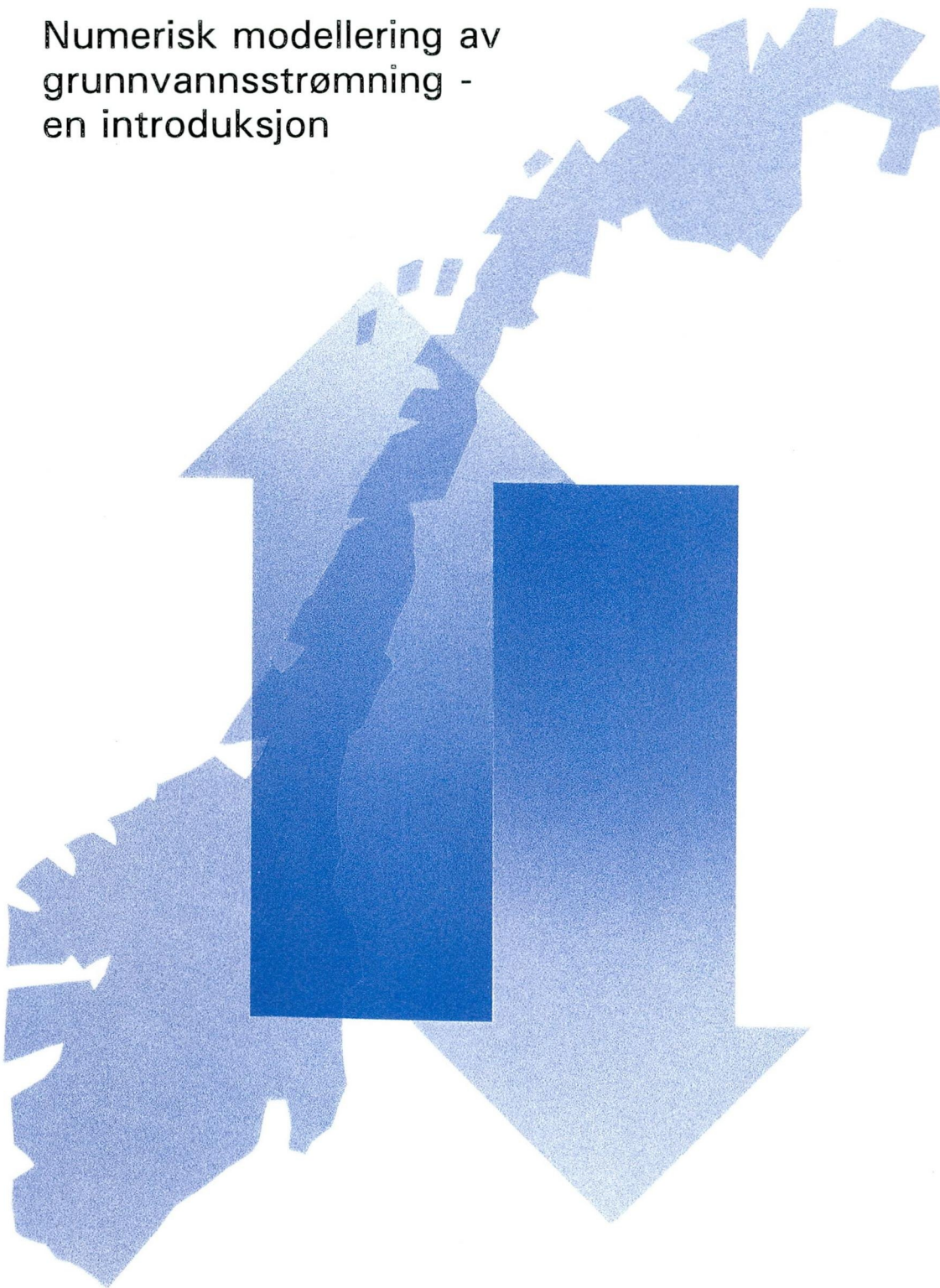


NORGES GEOLOGISKE UNDERSØKELSE

NGU

NGU Rapport 92.258

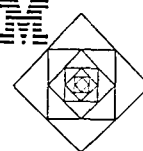
Numerisk modellering av
grunnvannsstrømning -
en introduksjon

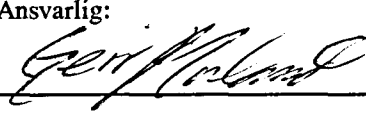


Program for grunnvann og miljøkjemi

NGU Rapport 92.258

**Numerisk modellering av
grunnvannsstrømning -
en introduksjon**



Rapport nr. 92.258		ISSN 0800-3416		Gradering: Åpen	
Tittel: Numerisk modellering av grunnvannsstrømning - en introduksjon					
Forfatter: IBM: Brit-Gunn Ersland, Børre Johnsen og Noelle Odling NGU: David Banks og Arve Misund			Oppdragsgiver: NHK/NGU		
Fylke:			Kommune:		
Kartbladnavn (M=1:250.000)			Kartbladnr. og -navn (M=1:50.000)		
Forekomstens navn og koordinater:			Sidetall: 32		Pris: 50,-
			Kartbilag:		
Feltarbeid utført:		Rapportdato: 25/8/92	Prosjektnr.: 63.2581.01	Ansvarlig: 	
<p>Sammendrag:</p> <p>NORSK</p> <p>Rapporten er skrevet for å gi de norske hydrogeologene som deltar i prosjektet "2½-dimensjonale, Tids-variant, grunnvannsstrømningsmodell - Trandum området" en kort innføring i numerisk grunnvannsmodellering. Dette er et samarbeidsprosjektet mellom NGU og IBM Scientific Centre Bergen. Rapporten gjør rede for numerisk modellering, "recharge" modellering og gir en kort oversikt over tidligere arbeider med grunnvannsmodellering i Skandinavia.</p> <p>ENGELSK</p> <p><i>This report is intended as a brief introduction to numerical groundwater modelling for the Norwegian hydrogeologists involved in the cooperative project between NGU and IBM Scientific Centre Bergen to produce a 2½-dimensional groundwater flow model of the Trandum area of the Øvre Romerike aquifer. The report introduces the concepts of numerical modelling and recharge modelling and also summarises previous groundwater modelling work in Scandinavia.</i></p>					
Emneord: Hydrogeologi		Grunnvann		Grunnvannsbalanse	
Grunnvannsmagasin		Literaturstudium		Grunnvannsstrømning	
EDB		Modellforsøk		Fagrapport	

Innhold

	Side
1. Innledning	1
2. Hva er datamaskinbasert grunnvannsmodellering ?	2
3. Modellering	4
3.1 Fysisk modell	4
3.2 Matematisk modell	6
3.3 Analytisk løsning	7
3.4 Numerisk løsning	7
4. 1-Dimensjonal endelig differans (Finite difference) grunnvannsstrømningsmodeller	8
5. MODFLOW	13
6. Kalibrering	14
7. Mating av grunnvannsmagasinet	16
8. Nordisk bruk av grunnvannsmodeller	21
8.1 Norge	21
8.2 Sverige	23
8.3 Finland	25
8.4 Danmark	25
REFERANSER	28
ETTERORD	32

1. Innledning

Kompetanse i EDB-basert grunnvannsmodellering ligger på et lavt nivå i Norge i forhold til nesten alle andre europeiske land.

Det er opprettet et samarbeidet mellom NGU og IBM Scientific Centre der den endelige målsetning er å utvikle en omfattende datamaskinbasert modell for forurensningstransport fra en avfallsfylling. Denne vil kunne omfatte faktorer som fortynning, dispersjon, ionebytting, adsorpsjon, og man skal prøve å komme så langt som mulig med mer kompliserte prosesser som utfelling, redox-forhold og nedbryting.

Det er valgt å modellere Trandum fyllplass, som ligger midt i Norges største grunnvannsmagasin, Øvre Romerike akviferen. Ved NGU er Trandum fyllplass gjenstand for omfattende hydrokjemisk forskning (Misund og Sæther 1991, Sæther et al. 1992). Det eksisterer nå mye data, både uorganiske og organiske parametre. Modelleringsarbeidet vil ha en trinnsvis utvikling:

- i) Utarbeiding av en tilfredstillende grunnvannsstrømningsmodell for Trandum-området. Denne modellen danner grunnlaget for fremtidig arbeid med forurensningstransport i akviferen. En 3-dimensjonal, tids-variant modell passer bra til de tilgjengelige data.
- ii) Modellering av klorider som lekker ut av Trandum-fyllplass. Migrasjon av klorider er stort sett bestemt av fysiske faktorer som fortynning og dispersjon. Reaksjoner mellom massene og klorid i vannet antas å være av minimal karakter.
- iii) Modellering av hovedkationtyper, f.eks. natrium og kalium. I tillegg til fortynning og dispersjon, er det nødvendig å modellere de kjemiske reaksjoner som skjer ved adsorpsjon og ionebytting på leirminerale. Måling av ionebyttekapasitet vil bli utført ved NGU.
- iv) Modellering av mindre løslige kationtyper, som f.eks. kalsium og barium hvor utfellings-/opløsningsreaksjoner er viktige.
- v) Modellering av de mest kompliserte kjemiske prosessene, hvor biologiske forhold er viktige, f.eks. redoks likevekt og biologisk nedbryting.
 - a) biologisk påvirket redoks reaksjoner: ammonium/nitrit/nitrat; sulfid/sulfat
 - b) tungmetaller: sammenspill av redoks/utfelling/adsorpsjonsforhold
 - c) organiske forurensningstoffer: adsorpsjon/redoks/biologisk nedbrytting

Denne rapporten er resultatet fra et litteraturstudium som ble gjort i begynnelsen av prosjektet. Den omfatter en kort innledning til filosofien og matematikken bak grunnvannsstrømningsmodellering og en oversikt over tidligere modelleringsarbeid i Skandinavia. Det er å håpe at den vil være nyttig for prosjektmedarbeiderne på NGU, hvor grunnvannsmodellering er et nytt fagfelt.

2 Hva er Datamaskinbasert Grunnvannsmodellering ?

Hydrogeologer modellerer grunnvannsforhold ved hjelp av forskjellige metoder:

1). **Kvalitativ modellering.** Når hydrogeologer prøver å vurdere et akvifers kapasitet for grunnvannsforsyning, bygger de ofte opp et mentalt, følelsesmessig bilde av hvordan akviferen ser ut under bakkenivået, og hvordan strømming av grunnvannet foregår. Hydrogeologer baserer denne modellen på virkelige data og tidligere erfaringer. Virkelige hydrogeologiske data, for eksempel grunnvannstandsmålinger fra observasjonsbrønner, kan tolkes for å utarbeide kart som viser konturene på grunnvann-speilet. Bare data fra observasjonspunktene er "reelle". Konturene mellom punktene er basert på hydrogeologens tolking av dataene, samt hans/hennes følelsesmessige forståelse av hvordan et akvifer bør oppføre seg.

2). **Analytiske løsninger.** En slik kvalitativ modell kan kvantifiseres ved å anvende en av de mange tilgjengelige analytiske løsningene av Darcys lov og massebalanse (vannbalanse) ligningen (de enkleste og mest kjente er Jacob, Theis og Theim ligningene). De beskriver den teoretiske grunnvannsstrømmingen i et akvifer mot en uttaksbrønn. For å komme fram til disse analytiske løsningene må en gjøre forenklinger av virkeligheten. Vanlige antagelser er homogene og isotrope medium, nulldiameter på uttaksbrønner og uendelig akvifer. Ofte ligner de ideelle akviferer på de virkelige akviferer i grove trekk, slik at løsningene kan anvendes.

I mange tilfeller er imidlertid et akvifer for inhomogent og har en kompleks geometri slik at løsningene ikke kan brukes. Dette fører til at en må søke nye teknikker for å modellere grunnvannsstrømming.

3). **Numerisk grunnvannsmodellering.** I et virkelig akvifer kan det ofte finnes flere lag med hver sine egenskaper og innen hvert lag kan mektigheten og perme-

abiliteten variere. Vertikale komponenter av grunnvannsstrømning kan også være av stor betydning. En mye brukt teknikk for å modellere slike forhold numerisk er å dele opp akviferen i blokker (i mindre volum), og gå framover i tid med små tidssteg. Dette kalles enten **endelig element metode** eller **endelig differans metode** avhengig av hvordan en utleder ligningssystemet. Hver blokk gis en verdi for parametre som permeabilitet, magasinkapasitet, perkolasjon, osv. En kalkulerer grunnvannstrykket i hver blokk, som en funksjon av de omkringliggende blokker og grunnvannstrykket i forrige tidssteg. På denne måten kan man modellere utviklingen av grunnvannstrykket i hver blokk med tiden.

Likningene en løser på denne måten, utledes fra Darcys lov og tilfredstillelse av massebalansekravet. Matematikken er ikke komplisert, men på grunn av at vi ser på store områder med stort tallmateriale, trenger vi datamaskiner for å løse ligningene. Vi må løse en ligning for hver blokk for hvert tidssteg.

En modell gir imidlertid ikke “magiske” svar. Man må være klar over at simulerte data og målte data vil avvike på grunn av:

- i) Modellen er en forenkling av virkeligheten. Målet med modellering er å tilpasse en modell til virkelige data, uten at den blir mer komplisert enn nødvendig.
- ii) Modellen er ikke mer pålitelig enn de data som den er basert på.
- iii) Modellen må kalibreres. En tilfredstillende modell må kunne modellere kjente grunnvannsdata over en viss periode, før den brukes til å forsøke å modellere fremtidige utviklinger.

Datamaskinbaserte modeller gir oss et bilde, om enn forenklet, av for eksempel grunnvannstrømning i et vannreservoar. Under utviklingen av en modell gjennomgår man ofte en erfaringsprosess. Mange hydrogeologer har funnet at de når en bedre

forståelse for parametrene og prosessene som er viktige for grunnvannsstrømning ved å utvikle en modell.

3 Modellering

Det er flere grunner til at en vil lage en grunnvannsmodell:

1. For å kunne forutsi hvordan grunnvannsakviferet vil oppføre seg i fremtiden ved for eksempel produksjon, forurensing eller opprenskning.
2. For å kunne bestemme historien til ett akvifer. For eksempel for å finne ut hvor en forurensings kilde er.
3. For å bestemme dets størrelse og egenskaper.

3.1 Fysisk modell

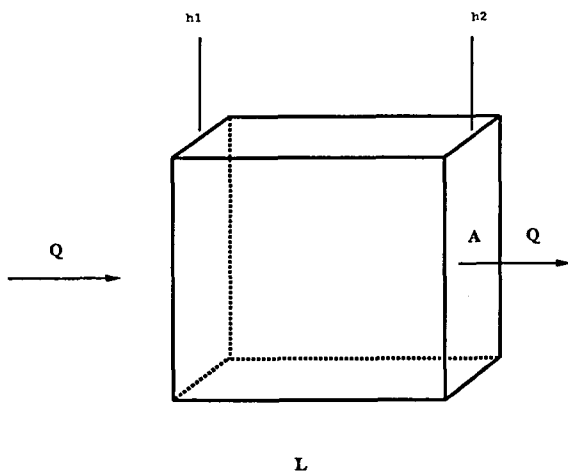
Det er svært viktig å ha en forståelse for akviferets oppbyggelse (stein, grus, leire, etc.), dets grenser (vann, ugjennomtrengelige medier områder med kjent filtrerings hastighet, etc.). En trenger å avgjøre hvilke fysiske lover som gjelder.

En har Darcy's lov:

$$Q = K(h_2 - h_1)/L \quad (1)$$

hvor Q er filtreringshastigheten, K er hydraulisk konduktivitet, h_1 og h_2 er trykkehøyder, L er lengden av prøven og A er arealet av flaten vannet strømmer gjennom. En vanlig antagelse er at vannet er inkompressibelt når vi har en fri overflate, konserveringsloven blir da:

$$\nabla \cdot Q - S_s \frac{\partial h}{\partial t} = \begin{cases} 0 & \text{over alt utenom brønner} \\ W = \text{inn/ut} & \text{i brønner} \end{cases} \quad (2)$$



Figur 1: Prisme med porøst materiale som illustrerer Darcy's lov

der

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

vert kalla divergensen. Og

$$\nabla \cdot Q = \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y}$$

i dette tilfellet. Der S_s er spesifikk lagringskapasitet (magasinkoeffesienten) til det porøse materialet og $\frac{\partial h}{\partial t}$ er forandringen av h med tiden (tidsderiverte av h).

Ulike metoder er brukt for å bestemme h (trykkhøyden) og Q (filtreringshastigheten) i et akvifer. Dersom en inkluderer forurensing må følgende tas i betraktning:

1. Er forurensingen en væske?
 - (a) Er væsken blandbar med vann (vann/såpe) eller ikke (vann/olje)?
 - (b) Bør en modellere det som blandbar strøm eller flerfase (ikke blandbar) strøm?
 - (c) Er det forskjell i tetthet mellom væskene?
2. Er det oppløselige stoffer?
 - (a) Hvor raskt oppløser de seg?
 - (b) Reagerer stoffene med hverandre og/eller med akvifermassene?

Noen teknikker som før var brukt er:

Fysiske modeller

Skalerte modeller er modeller hvor dimensioner, material egenskaper og væske egenskaper er skalert slik at forholdene mellom kreftene i laboratorie modellen og akviferet er de samme. Disse er vanskelige å lage, men resultatene kan overføres til akviferet.

”**Element modeller**” hvor en bruker samme materiale som i akviferet. Resultatene er da ikke direkte overførbare.

Analoge modeller hvor en bruker strøm.

Diskrete modeller hvor en bruker et nettverk av motstander og kondensatorer. En sender strøm gjennom nettverket og spenning/strøm måles på forskjellige steder.

Elektrolytiske modeller hvor en bruker elektrolytiske væsker og foretar målinger på samme måte som for diskrete modeller.

3.2 Matematisk modell

De fysiske lover blir brukt til å lage matematiske uttrykk som beskriver naturen. Ved å sette inn uttrykket for Darcy's filtreringshastighet (1) i konserveringsloven (2) får vi den partielle differensialligningen

$$\nabla \cdot (K\nabla h) - W = S_s \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (3)$$

som gir et uttrykk for høyden. I tillegg til (3) trenger vi initial og grense betingelser som blir hentet fra den fysiske beskrivelse og gjort om til ligninger:

Vann/sjø	$h = h(t, x, y, z)$
ugjennomtrengelig grense *	$Q = 0 = \nabla h \cdot \vec{n}$
regn (perkolasjon)	$Q = Q_g(t, x, y, z)$
lekk tank	$Q = Q_g(t, x, y, z)$

* der \vec{n} er enhetsnormalen til den ugjennomtrengelige grensa.

3.3 Analytisk løsning.

Den partielle differensialligningen kan forenkles ved at en gjør antagelser om at strømmen er av en spesiell type (horisontal, radiell, vertikal e.l.). Ved en del slike forenklinger kan den partielle differensialligningen løses analytisk.

3.4 Numerisk modell.

Felles for alle numeriske modeller er at rommet (x, y, z, t) må diskretiseres på en eller annen måte. Og de avhengige variabler (h vil her bli brukt som et eksempel) blir definert vha. $h(x, y) = h_{i,j}$ når $x \in [x_i, x_{i+1})$ og $y \in [y_j, y_{j+1})$. $h(x, y)$ er da en stykkevis konstant funksjon av x, y . En kan konstruere h slik at h er stykkevis linær og kontinuerlig. I praksis er stykkevis konstante, stykkevis linære og kontinuerlig stykkevis linære funksjoner mest brukt. Det mest vanlige er å definere funksjonen h på rektangulære områder, men triangulære områder er også mye brukt. Fordelen med å bruke triangulære elementer er at en kan ta mer hensyn til geometrien til det problemet en jobber med, men det er lite struktur over trianglene. Dette medfører at det er vanskelig å holde orden på de (nummerere de) og en får mye ekstra arbeid. Det er to hoved metoder for å gjøre den matematiske ligningen (3) om til et system av ligninger.

1. Endelig element. (*engelsk* "finite element method").

2. Endelig differens (*engelsk* "finite differences").

Dersom en ønsker å bruke triangulære elementer så må en bruke endelig elementmetoden. Begge metoder gir et system av ligninger som må løses. Dette systemet kan være linært, hvor A (koeffesientmatrisa) ikke avhenger av x

$$Ax = b \quad (4)$$

eller ikke linært hvor A er en funksjon av x ,

$$A(x) = b \quad (5)$$

4 1-Dimensjonal endelig differans (Finite Difference) Grunnvannsstrømningsmodeller.

Tar man en 1-dimensjonal akvifer, som har lengde L , og som er matet av et uendelig stort akvifer fra en ende. Akviferet er ved enden utsatt for en plutselig stigning, H , (fra h_1 til $h_2 = h_1 + H$) i trykkehøyden til akviferet (Fig. 2) For $0 \leq x \leq L$, gir Darcys lov og massebalanse ligningen

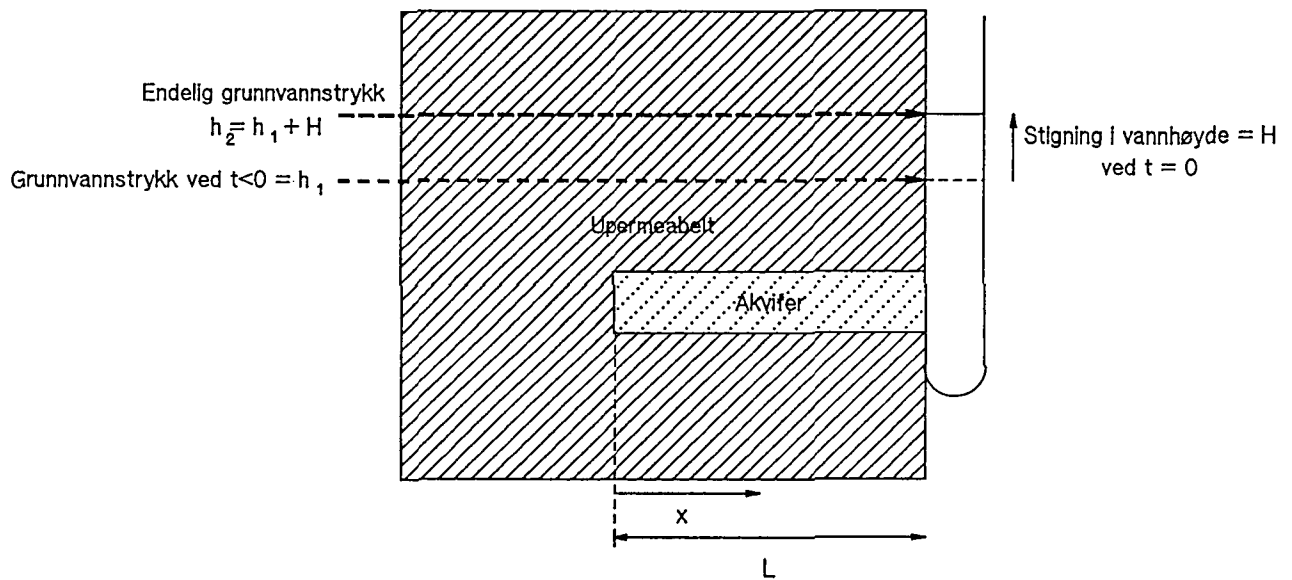
$$T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6)$$

Hvor T er transmissiviteten, S er magasinkoeffesienten, h er trykkehøyden, t er tid og x er avstand langs akviferens x - akse.

Denne ligningen kan løses ved å anvende disse grense- og initial-betingelsene for $h(x, t)$:

$$h(x, t = 0) = h_1 \quad (\text{Konstant trykkehøyde})$$

$$h(x = L, t) = h_2 \quad \text{for alle } t > 0 \quad (\text{konstant trykkehøyde grense - f.eks en elv eller innsjø})$$



Figur 2: Hypotetisk 1-dimensjonal akviser

$$\frac{\partial}{\partial x} h(x, t)|_{x=0} = 0 \quad (\text{ingen gjennomstrømning - f.eks en upermeabel forkastning.})$$

I stedet for å bruke analytiske løsninger (som er kompliserte) kan man benytte numeriske teknikker som endelig differans. Man kan betrakte et kort tidssteg Δt , og dele akviseren opp i små elementer av lengde Δx . Ved tidspunktet t , og i posisjon x i akviseren, kan man omskrive begge sider av ligning (6)

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = S \frac{h(x, t + \Delta t) - h(x, t)}{\Delta t} \quad (7)$$

og

$$T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = T \frac{h(x + \Delta x, t) - 2h(x, t) + h(x - \Delta x, t)}{\Delta x^2} \quad (8)$$

som gir et eksplisitt sjema i tid, dvs, vi bruker verdiene i nodene ved forrige tidssteg til å beregne verdiene i neste tidssteg. (Alt er kjent bortsett fra $h(x, t + \Delta t)$.)

Dersom vi velger å se på

$$T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = T \frac{h(x + \Delta x, t + \Delta t) - 2h(x, t + \Delta t) + h(x - \Delta x, t + \Delta t)}{\Delta x^2} \quad (9)$$

får vi et implisitt sjema i tid, dvs. $h(x, t + \Delta t)$ er avhengig av både $h(x, t)$ og alle $h(x, t + \Delta t)$. Vi må løse et ligningssystem for hvert tidssteg.

Vi vil først diskutere det eksplisitte sjemaet. I det følgende er

$$h(x + \Delta x, t + \Delta t) = h_{i+1}^{n+1}$$

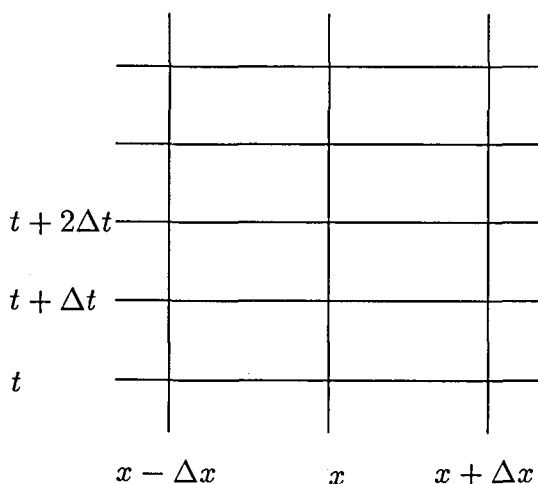
der $n + 1$ står for tidssteg $t + \Delta t$ og $i + 1$ står for $x + \Delta x$ når x er i node i . Endelig differanse-tilnærmingen av ligning (6) blir

$$T \frac{h_{i+1}^n - 2h_i^n + h_{i-1}^n}{\Delta x^2} = S \frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} \quad (10)$$

vi finner da h_i^{n+1} ved

$$h_i^{n+1} = \frac{T\Delta t}{S\Delta x^2} (h_{i+1}^n - (2 - \frac{S\Delta x^2}{T\Delta t})h_i^n + h_{i-1}^n) \quad (11)$$

Hvis man anvender teknikken på akviferen i Fig (2) hvor $L = 1.0$, $S/T = 1.0$, $\Delta x =$



Figur 3: Node-nettet for en 1-dimensjonal akvifer

0.5 og $\Delta t = 0.1$ så blir ligningen:

$$h_i^{n+1} = 0.4(h_{i+1}^n + 0.5h_i^n + h_{i-1}^n)$$

Grensebetingelsene tilfredstilles ved å sette $h_{max}^n = 1.0$ for alle $t > 0$ (konstant trykkehøyde grensen). Ingen gjennomstrømning ved $x = 0$ tilfredstilles ved at vi danner en imaginær node $x = -0.5$, slik at når vi ser på noden der $x = 0$ så er $h_{i+1}^n = h_{i-1}^n$ for alle tider t . Dette sikrer at det ikke skjer noen gjennomstrømning ved $x = 0$.

t = 0.6	0.8276	0.7572	0.8276	1.0
t = 0.5	0.7763	0.6810	0.7763	1.0
t = 0.4	0.704	0.5888	0.704	1.0
t = 0.3	0.624	0.448	0.624	1.0
t = 0.2	0.48	0.32	0.48	1.0
t = 0.1	0.4	0.0	0.4	1.0
t=0	0.0	0.0	0.0	1.0
	x = -0.5	x = 0	x = 0.5	x = 1.0

Figur 4: Trykkehøyde resultater for det 1-dimensjonale akviferet.

Nøyaktigheten:

Grovt grid og langt tidsteg vil føre til mindre nøyaktighet av resultatene enn et finere grid og mindre tidssteg. Til tross for dette var resultatene i forrige eksempel med kun tre avstandsnoder overraskende nøyaktige.

Tid	x = 0		x=0.5	
	Teoretisk	Modell	Teoretisk	Modell
0.1	0.0507	0.0	0.2643	0.4
0.2	0.2277	0.32	0.4468	0.48
0.4	0.5255	0.5888	0.6644	0.704
0.6	0.7103	0.7572	0.7951	0.8276

Table 1: *Sammenligning av analytisk og numerisk modell.*

Problemer:

1) Velger man et tidssteg som er for kort i forhold til det romlige gridet vil det føre til at vi får en ustabil løsning. Resultatene kan oscillere, og urealistiske, negative grunnvannshøyder kan opptre. Vi må velge:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2 S}{2T}$$

for å få stabile resultater.

2) De hydrauliske effekter kan bare spre seg med en hastighet på en x-node pr. tidssteg. Hvis nodene ligger for nær hverandre i forhold til tidssteget vil vi få løsninger som skiller seg vesentlig fra virkeligheten.

Implisitt sjema

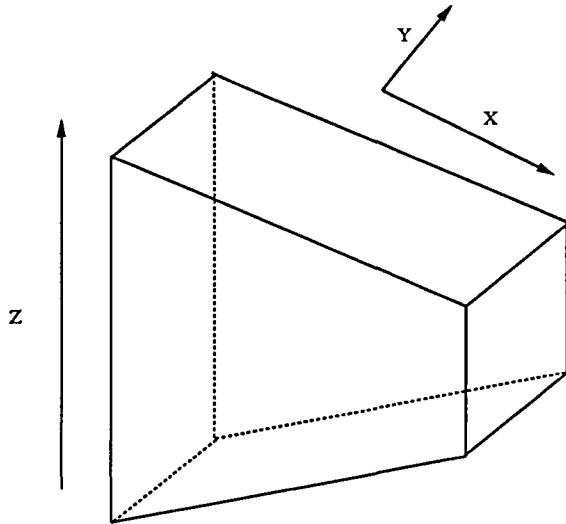
Velger vi romdiskretiseringen som i ligning (9) får vi et implisitt skjema ("backward difference"). Ligningen vi da må løse er

$$T \frac{h_{i+1}^{n+1} - 2h_i^{n+1} + h_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} = S \frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} \quad (12)$$

Her er kun h_i^n kjent fra forrige tidssteg. Vi må derfor løse et system av ligninger for hvert tidssteg. Fordelen med metoden er at den ikke gir noen begrensinger på tidssteget. Vi vil få stabile resultat uansett. Metoden er ubetinget stabil.

5 MODFLOW

MODFLOW¹ er en grunnvanns-simulator som kan modellere:



Figur 5: Simulatoren diskretiserer rommet i blokker som er rektangrulære sett langs z eller x aksen, men av irregulære firkanter sett fra siden (langs y aksen).

- Tidsavhengig strøm og tidsuavhengig strøm.
 - Tidsavhengighet kan skyldes varierende regn, vann nivå i elver, vann osv..
- Unconfined og confined strøm.
 - Som kan være en til flere lag med sig fra et lag til et annet.
- Generelle grense-betingelser. Det er to forskjellige grenser.
 1. Ugjennomtrengelige barrierer.
 2. Grenser med konstant eller kjent trykk (vann)
 - Grenser med kjent filtrerings-hastighet blir modellert vha. en ugjennomtrengelig barriere og brønner. Samlet rate for brønnene må da være lik filtrerings-hastigheten.

¹MODFLOW er en simulator som er laget av USGS, og de holder alle rettigheter til denne.

- Elver.
- Grøfter og grustak.
- Brønner.

Simulatoren kan ikke uten videre simulere reservoarer hvor grunnvannspeilet stiger slik at en blokk som er tørr blir fylt med vann. Dette er noe en må ta hensyn når en lager gridet.

Simulatoren bruker iterative metoder for å løse trykklikningen. Det en må huske på uansett metode er at store tidssteg og uheldig valg av iterasjons-parametre kan føre til at enkelte blokker blir tørre i mellomregninger og dermed tørre for alltid slik at svaret blir feil.

6 Kalibrering

En kan ikke regne med at modellen vil gi gode resultater med en gang (mål på dette er forskjell mellom måle-data og de data en får ut av simulatoren). En må derfor nesten alltid kalibrere modellen, dvs. å endre modellen slik at simulator resultater stemmer overens med målingene. De fleste inn parametre til modellen vi være gjenstand for kritiske øyne. De parametre som det knytter seg størst usikkerhet til, er vanligvis permeabilitet, reservoarets geometri og randkrav slik som for eksempel tilsig fra områder som en ikke modellerer.

A Definisjoner

filtrerings-hastighet volum som strømmer gjennom en flate pr. tidsenhet.

Trykkehøyde er "head" på engelsk: $h = \frac{P}{\rho g} - z$

Spesifikk lagringskapasitet (magasinkoeffesient) er gitt ved $S_e = \rho g(\alpha + n\beta)$ *
 der ρ er tettheten til vann. g er tyngdeakselerasjonen. α er evnen matrisen i

* Denne definisjonen gjelder kun for lukkede akvifere.

akviferen har til å bli trykkt sammen. n er porøsiteten til matrisen og β er evnen vann har til å bli trykkt sammen.

Transmissivitet er produktet av den hydrauliske konduktiviteten og tykkelsen på den vannmetta akviferen.

Ord	Symbol	enhet
Hydraulisk konduktivitet	K	m/s
trykkhøyde	h	m
Filtrerings hastighet	Q	m/s
Spesifikk lagringskapasitet	S_e	
Transmissivitet	T	m^2/s

7. Mating av grunnvannsmagasinet

Det er forskjellige metoder som anvendes for å vurdere mengder vann som mater grunnvannsmagasinet (**perkolasjon**). To av de enklere metodene som vanligvis blir benyttet er:

- i) å anta at en fast andel (f.eks. 30 %) av nedbøren perkoleres
- ii) beregning av jordfuktighetsbalanse

"Jordfuktighetsmodellen" betrakter jordsmonnet som et reservoar som inneholder visse mengder vann (**jordfuktighet**). Mengden oppgis vanligvis i mm (dvs. m³/ pr. 1000 m²).

Modellen antar at perkolasjon av vann fra jordsmonnet, videre ned til grunnvannspeilet kun skjer hvis jordsmonnet er mettet. Da er jordsmonnet på "field capacity". Hvis jordsmonnet er undermettet, kan ikke perkolasjon foregå. Grad av undermetning kalles jordfuktighetsunderskudd (soil moisture deficit - SMD), og uttrykkes i mm.

Modellen antar videre det følgende bildet:

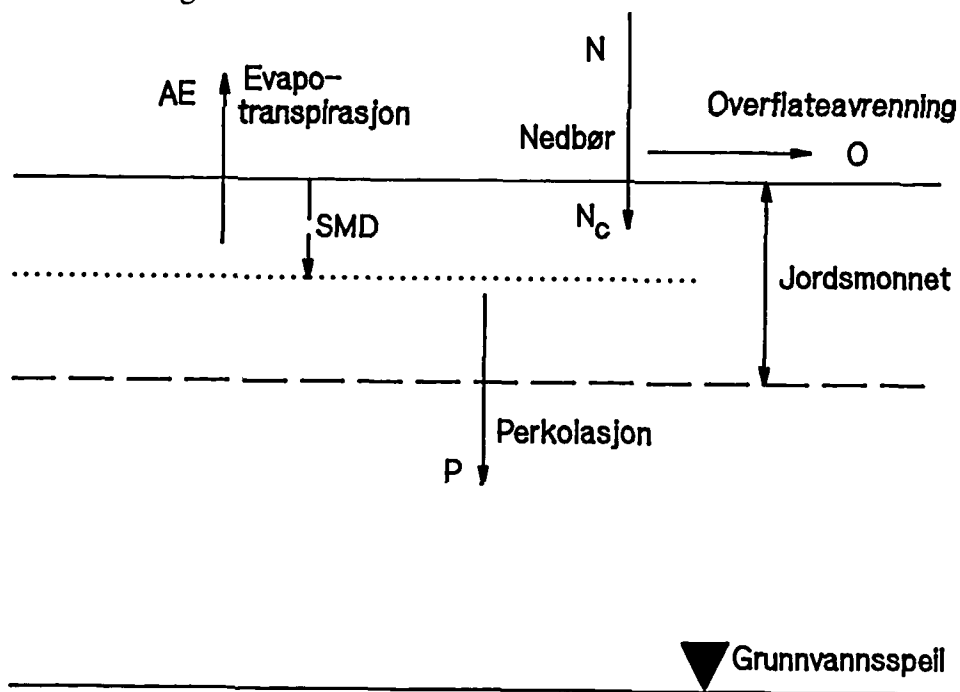


Fig. 6. Den antatte perkolasjonsmodellen

På en gitt dag:

$$AJ = -(N - O - AE) \quad (1)$$

Hvor AJ = aktuell endring i jordfuktighetsunderskudd ($\Delta SMD - P$)

N = nedbørsmengde

O = overflateavrenning

AE = aktuell evapotranspirasjon

P = perkolasjon = tilførsel av matingsvann til grunnvannsmagasinet.
 $P = 0$ hvis $SMD > 0$.

Alle verdier oppgis i mm.

Overflateavrenningen avhenger av naturgitte betingelser som f.eks. overflatens gradient, jordtype osv. Den kan kalkuleres som en fast prosentandel av N .

$$N_c = \text{nedbør korrigert for overflateavrenning} = N - O$$

N er vanligvis tilgjengelig fra meteorologiske institutter som daglige data. Det er også verdien for potensiell evapotranspirasjon (PE). PE er mengde evapotranspirasjon som teoretisk kan foregå under perfekte forhold. I realiteten kan AE være mindre enn PE , hvis jordfuktighetsunderskuddet er for høyt. Under slike forhold kan ikke planter suge opp og transpirere så mye vann som de "ønsker" fordi jorda er for tørr.

Derfor, for å kunne løse (1) er det nødvendig å beregne AE og SMD .

Modellen antar at:

$$PJ = -(N - O - PE) = PE - N_c$$

Hvor PJ = potensiell endring i jordfuktighetsunderskudd

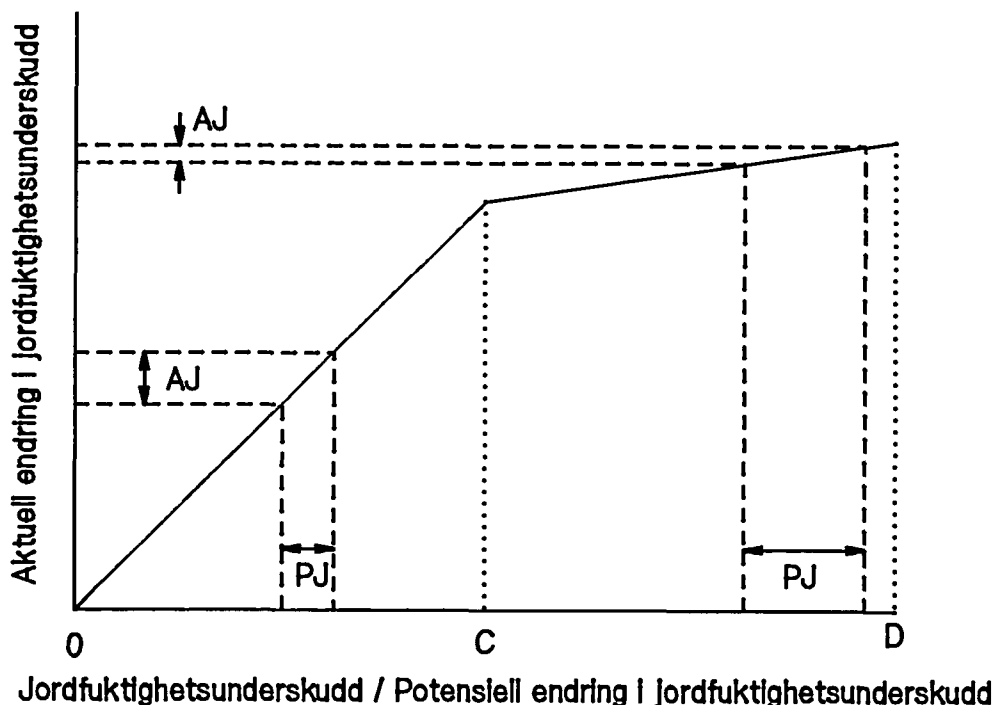


Fig. 7. Aktuell endring i jordfuktighetsunderskudd, som funksjon av jordfuktigheten.

Hvis jorda er våt, og det er tilgjengelig nok vann, foregår evapotranspirasjon på det potensielle nivået ($AE = PE$). AJ er derfor lik PJ . Ifølge modellen gjelder dette helt opp til SMD når et nivå som kalles **rotkonstanten** (C). På dette punktet er jorda såpass tørr at omfanget av AE reduseres. Modellen antar at, hvis $SMD > C$ så er $AJ = PJ/10$ (Fig. 7). Hvis jorda blir enda tørrere og SMD når **visningspunktet** (D), så dør plantene og evapotranspirasjon stopper helt opp. I realiteten er det selvfølgelig mer komplisert. Det finnes ikke skarpe knekkpunkter ved C og D , kun en gradvis reduksjon i AE/PE desto tørrere jorda blir. 10 %-faktoren ved rotkonstanten er også ganske tilfeldig. Erfaringer har likevel vist at modellen kan gi fornuftige resultater i de fleste tilfeller. Metoden heter vanligvis "Penman/Grindley metoden" (se f.eks. Rushton & Redshaw 1979).

PJ beregnes på daglig basis. Kalkuleringer som er basert på perioder lengre enn en dag vil føre til gale resultater. Daglig vil en teste om PJ er positiv eller negativ. Jordfuktighetsunderskuddet ved slutten av den n . dagen betegnes SMD_n .

Hvis PJ er negativ

er effektiv nedbør (N_c) mer enn PE . Derfor er det mye tilgjengelig vann i jordsmonnet for evapotranspirasjon og:

$$AE = PE$$

I første omgang antar man at $P = 0$:

$$SMD_n = AJ + SMD_{(n-1)} = SMD_{(n-1)} - (N_c - AE)$$

Hvis $SMD_n > 0$ er $P = 0$

Hvis $SMD_n \leq 0$ er $P = -SMD_n$, og SMD_n settes igjen til 0.

Hvis PJ er positiv

er det to muligheter:

i) Hvis $SMD_{(n-1)} < C$

er $AJ = PJ$

$AE = PE$

$$SMD_n = AJ + SMD_{(n-1)} = SMD_{(n-1)} - (N_c - AE)$$

ii) Hvis $SMD_{(n-1)} > C$

er $AJ = 10\% \times PJ$

$$SMD_n = AJ + SMD_{(n-1)} = SMD_{(n-1)} - [0.1 * (N_c - PE)]$$

$AE = N_c + AJ$

Eksempel

Som et eksempel av bruken av denne modellen oppgis de følgende data fra Gardermoen (tabell 2a), samt et eksempel fra Rushton (1983) (tabell 2b).

Tabell 2a: Beregning av infiltrasjon fra virkelige data fra Gardermoen, høsten 1966. "Root konstant" = 200 mm, og er derfor ikke nådd. Nydannelse av grunnvann skjer kun når jordfuktighetsunderskuddet = 0. Overflateavrenning = 0. Alle verdier er i mm.

År	Dag	Nedbør	Potensiell evapotranspirasjon	Potensiell endring i jordfuktighetsunderskudd	Jordfuktighetsunderskudd	Aktuell endring	Aktuell evapotranspirasjon	Infiltrasjon til grunnvann
		N	PE	PJ	SMD	AJ	AE	P
1966	237	0.000E+00	3.200E+00	3.200E+00	1.260E+01	3.200E+00	3.200E+00	0.000E+00
1966	238	0.000E+00	3.100E+00	3.100E+00	1.570E+01	3.100E+00	3.100E+00	0.000E+00
1966	239	0.000E+00	3.200E+00	3.200E+00	1.890E+01	3.200E+00	3.200E+00	0.000E+00
1966	240	0.000E+00	3.000E+00	3.000E+00	2.190E+01	3.000E+00	3.000E+00	0.000E+00
1966	241	0.000E+00	2.600E+00	2.600E+00	2.450E+01	2.600E+00	2.600E+00	0.000E+00
1966	242	0.000E+00	1.800E+00	1.800E+00	2.630E+01	1.800E+00	1.800E+00	0.000E+00
1966	243	0.000E+00	5.000E-01	5.000E-01	2.680E+01	5.000E-01	5.000E-01	0.000E+00
1966	244	1.030E+01	0.000E+00	-1.030E+01	1.650E+01	-1.030E+01	0.000E+00	0.000E+00
1966	245	4.000E-01	1.000E-01	-3.000E-01	1.620E+01	-3.000E-01	1.000E-01	0.000E+00
1966	246	9.400E+00	2.000E-01	-9.200E+00	7.000E+00	-9.200E+00	2.000E-01	0.000E+00
1966	247	5.100E+00	3.000E-01	-4.800E+00	2.200E+00	-4.800E+00	3.000E-01	0.000E+00
1966	248	6.500E+00	2.100E+00	-4.400E+00	0.000E+00	-4.400E+00	2.100E+00	2.200E+00
1966	249	2.000E-01	4.000E-01	2.000E-01	2.000E-01	2.000E-01	4.000E-01	0.000E+00
1966	250	3.400E+00	2.200E+00	-1.200E+00	0.000E+00	-1.200E+00	2.200E+00	1.000E+00
1966	251	0.000E+00	1.500E+00	1.500E+00	1.500E+00	1.500E+00	1.500E+00	0.000E+00
1966	252	0.000E+00	5.000E-01	5.000E-01	2.000E+00	5.000E-01	5.000E-01	0.000E+00
1966	253	0.000E+00	1.000E-01	1.000E-01	2.100E+00	1.000E-01	1.000E-01	0.000E+00
1966	254	6.000E-01	7.000E-01	1.000E-01	2.200E+00	1.000E-01	7.000E-01	0.000E+00
1966	255	1.900E+00	1.000E+00	-9.000E-01	1.300E+00	-9.000E-01	1.000E+00	0.000E+00
1966	256	1.590E+01	1.200E+00	-1.470E+01	0.000E+00	-1.470E+01	1.200E+00	1.340E+01
1966	257	2.600E+00	6.000E-01	-2.000E+00	0.000E+00	-2.000E+00	6.000E-01	2.000E+00
1966	258	7.000E+00	1.000E+00	-6.000E+00	0.000E+00	-6.000E+00	1.000E+00	6.000E+00
1966	259	0.000E+00	1.100E+00	1.100E+00	1.100E+00	1.100E+00	1.100E+00	0.000E+00
1966	260	0.000E+00	1.300E+00	1.300E+00	2.400E+00	1.300E+00	1.300E+00	0.000E+00

Bruk av snødata i jordfuktighetsmodellen

Den vanlige versjonen av modellen betrakter snø som regn, dvs at snøen kan infiltrere i bakken. I Norden er dette ikke tilfredstillende, fordi om vinteren lagres nedbør i form av snø, uten at betydelige mengder vann når ned til jordsmonnet og videre til grunnvannsspeilet. I Norge er vinteren derfor en tid da grunnvannsnivået senkes til sitt laveste nivå (i motsetning til f.eks. England, hvor nesten all perkolasjon skjer om vinteren). Dessverre er det heller ikke noen fast forbindelse mellom snødybden og mengde vann (i mm) som snølaget lagrer, fordi snøen blir stadig mer kompakt i løpet av vinteren. Man kan derfor ikke bruke forandringene i snødybden for å vurdere når det foregår akkumulasjon eller smelting av snø. Foreløpig er det valgt å

Tabell 2b: Beregning av infiltrasjon når jordfuktighetsunderskuddet ligger omkring verdien på "rotkonstant" (= 100 mm). Alle verdier i mm. Eksempel fra Rushton (1983).

Dag	Nedbør	Overflate-avrenning	Potensiell evapotranspirasjon	Potensiell endring i jordfuktighetsunderskudd	Aktuell endring	Jordfuktighetsunderskudd	Aktuell evapotranspirasjon	Infiltrasjon til grunnvann
	N	O	PE	PJ	AS	SMD	AE	P
179						96,0		
180	0,0	0,0	3,3	3,3	3,3	99,3	3,3	0,0
181	0,0	0,0	3,7	3,7	3,7	103,0	3,7	0,0
182	8,3	1,4	2,7	-4,2	-4,2	98,8	2,7	0,0
183	2,3	0,2	3,2	1,1	1,1	99,9	3,2	0,0
184	0,5	0,1	3,8	3,4	3,4	103,3	3,8	0,0
185	0,0	0,0	3,7	3,7	0,37	103,67	0,37	0,0
186	2,1	0,4	3,4	1,7	0,17	103,84	1,87	0,0
187	15,6	3,6	2,5	-9,5	-9,5	94,34	2,5	0,0
188	0,0	0,0	3,6	3,6	3,6	97,94	3,6	0,0
189	0,0	0,0	3,8	3,8	3,8	101,74	3,8	0,0
190	0,7	0,1	3,6	3,0	0,30	102,04	0,90	0,0

bruke en forenklet modell. Data fra meteorologiske institutt inneholder daglige nedbørmengder, snødyb og grad av snødekning (S) fra 0 (ingen dekning) til 4 (100 % dekning). Modellen deler vinteren opp i 3 forskjellige forhold:

i) Hvis dekningsgraden er ≤ 1 , fungerer modellen som den normale, sommertidsmoden.

ii) Når dekningsgraden stiger over 1, bytter modellen til "akkumulasjonsmode". Ingen nedbør trenger ned i bakken, men lagres i snølaget. Transpirasjon av eksisterende jordfuktighet fra jordsmonnet tillates likevel slik at SMD stadig vokser under denne perioden, og det skjer ingen perkolasjon.

iii) Når dekningsgraden begynner å minke ($S_n < S_{n-1}$), bytter modellen til "smeltingsmode". Her tillates ny nedbør å trenge ned i bakken, og all nedbør som er lagret opp i snølaget fra "akkumulasjonsperioden" tillates å smelte og sige ned i jordsmonnet hvor den behandles av modellen som nedbør. Smeltingen foregår som følge:

$$\text{Daglig mengde smeltevann} = \frac{\text{Vannmengder lagret i snoen under akkumulasjon}}{\text{Varigheten av smelteperioden}}$$

Under smelteperioden trengs forholdsvis store mengder smeltevann ned i bakken slik at SMD tilfredstilles fort, og perkolasjon ned til grunnvannspeilet begynner.

Smelteperioden avsluttes når S blir 0 igjen (så bytter modellen tilbake til mode i), eller når S begynner å stige på nytt (da bytter modellen til mode ii).

8. Nordisk bruk av grunnvannsmodeller

8.1 Norge

Ifølge Gottshalk (1991) har grunnvannsmodellering inntil nylig vært et beskjedent forskningsområde i Norge, og dette har ført til at det heller ikke har vært vanlig å bruke grunnvannsmodeller for å løse praktiske problemer. Tidlig på 70-tallet ble det utført et pionerarbeid av M. Todsén (1970, 1973) som anvendte en "finite difference" metode for å løse ligninger knyttet til mettet og umettet strømming i porøse media. Mindre studier (for det meste hovedoppgaver) har kommet til seinere, og de fleste har omhandlet grunnvannsforholdene på flomsletter (Beldring & Gottshalk, 1987). Mørk og Stang (1984) har utviklet en modell for å studere den gjensidige påvirkningen mellom elv og grunnvann på ei flomslette. Knut Seip ved Senter for Industrieforskning (SI) har utviklet en modell for å beregne avrenning fra jordbruksområde til resipient. Tyvand (1984, 1986a,b,c) og Gjerde og Tyvand (1987) har gjennomført omfattende teoretiske studier av lagdelte og anisotropiske porøse media. Det finnes også modeller for hydrologisk og hydrokjemisk simulering. Den mest kjente er "Birkenesmodellen" (Christoffersen et al., 1982).

Grunnvannsforurensning

I dag er situasjonen endret ved at flere institusjoner og konsulentfirma i Norge bruker grunnvannsmodeller. Seip (1985) har undersøkt 26 forskjellige modeller, og sett hvordan disse har vært brukt i Norge. Det viktigste bruksområdet er studie av grunnvannsforurensning, og det brukes ferdige programpakker. Til dette hører en sårbarhetskartlegging av grunnvannet på Øvre Romerike akviferen (Snekkerbakken, 1990). Dette arbeidet er videreført i forbindelse med prosjektering av en ny hovedflyplass på Gardermoen, som også omfatter modellanalyse av grunnvann (Holm, 1991). Den numeriske grunnvannsmodellen som er brukt, PCFEMP, er etablert ved VBB VIAK og er av typen Finite Element Method (FEM). Modellen er todimensjonal og kan brukes for transiente (tidsavhengige) analyser, i plan eller snitt. Modellen tar ikke hensyn til reduksjon av transmissivitetsverdier ved grunnvannssenkning i åpne akvifere. Ved slike analyser må dette derfor kontrolleres. Modellen har ikke "koblede likninger" for simulering av stoff/energi transport. Derimot kan "particle tracking"-analyser utføres for å simulere førstnevnte type transport. Hele grunnvannsmodellen har en feilmargen på maksimalt 10-20 %, mens det for en enkelt grunnvannsbrønn kan være usikkerhet med en faktor fra 1/3 til 3 (Holm, 1991).

IBM ved Bergen Scientific Centre og Norges geologiske undersøkelse har et samarbeidsprosjekt på utvikling av en grunnvannsmodell for forurensningstransport i Øvre Romerike-akviferen. For å beregne strømningsretning, effekt av vann- og forurensningstransport kreves det en 3D tidsvariabel modell. Som basismodell er det valgt MODFLOW (fra USGS, 1988). Det har vært nødvendig å gjøre noen endringer i modellen for å håndtere at grunnvannsspeilet stiger gjennom lag med forskjellig kornstørrelse. Fase to vil bestå i å modellere forurensningstransport i Trandum-området ved hjelp av den etablerte strømningsmodellen. I tillegg til programmet MODFLOW er det utviklet en menystyrt brukerområde (in X/Motif) for å håndtere innlegging av data i modellen og grafisk presentasjon av resultatene. Resultatene vil videre overføres til ADVIZE (en 3D Advance Visualization Environment) som er utviklet på senteret. ADVIZE vil visualisere resultater som grunnvannsavløp, lokalisering av grunnvanns-

speilet og forurensningsutbredelse (vifte), og forurensningskonsentrasjoner. Kombinasjonen av brukergrensesnittet, modellen og ADVIZE vil utgjøre prototypen til en *grunnvann arbeidsstasjon løsning*.

Et annet IBM-prosjekt var "Microbial Restoration of Hydrocarbon Polluted Aquifers". Metoden går ut på å pumpe oksygenrikt vann ned i akviferen for å øke nedbrytningshastigheten. Dette var et samarbeidsprosjekt mellom IBM og flere spesialister ved Rice University i USA. Prosjektet omfatter studier av *in situ* biologisk nedbrytning av hydrokarbon-forurensning. Ved Rice University er det allerede utviklet en 2D-modell for å simulere biorestaurering i mettede porøse media. Denne vil bli videreutviklet til en 3D, multifase strømningsmodell (mettede- og umettede forhold), og vil inkludere effekten av tilstopping, 'clogging' (fra mikrobiologisk vekst) og sprekker.

Det pågår studier på Haslemoen for å undersøke forurensningstransport av nitrat. Første del av prosjektet har vært å etablere en grunnvannsstrømningsmodell for en naturlig elveslette, ved bruk av programmene MODFLOW (fra USGS, 1988) og ASM (Aquifer Simulation Modell, Kinzelbach & Rausch, 1989). Både MODFLOW og ASM er basert på endelige differensers metode. Så langt i Haslemoprojektet (jan. 1991) kan det slås fast at "random walk" metoden virker lovende som simuleringsverktøy for spredning av forurensning i grunnvannet. Resultatene avhenger imidlertid av den hydrauliske strømningsmodellen og hvor presist den kan formuleres.

Grunnvannsmodellering, fjell

Ved IBM pågår det også prosjekt som tar for seg grunnvannsstrømning i oppsprukkede bergarter ("Flow in Fractured Rocks") og utvikling av grunnvannssystem i kalkstein ("Development of Groundwater Systems in Carbonate Rocks"). Undersøkelser av naturlige sprekke-mønstre viser at sprekkenes danner grupper, 'clusters', som har innbyrdes forbindelse (Odling, i trykk). Det er størrelsen og omfanget av "sprekkegruppene" som kontrollerer væsketransporten. En numerisk modell for strømning gjennom en todimensjonal, oppsprukket område er utviklet ved bruk av 'resistor network' metoden (Odling og Webman, 1991). I det andre prosjektet tar en utgangspunkt i prosessene som over en lang periode fører til oppløsning av kalkstein og dannelse av lange kanaler -*karst* (Lauritsen et al., 1982, 1985). Senterets 'resistor network' modell for strømning i oppsprukkede, porøse bergarter (Odling & Webman, 1991) er videreutviklet til å inkludere effekten av oppløsning. Modellen vil bli testet mot eksperimentelle data (Ewers, 1982).

Med utgangspunkt i noen få verdier fra grensen mellom fri overflatestrømning og porøse media anvendte Todsén (1971) numeriske metoder for å komme frem til løsninger. De eksakte differensial-ligningene ble tilnærmet løst ved å bruke "finite difference" ligninger. Det har kun vært studert todimensjonale-, homogene- og isotropiske strømningsmodeller.

Vannstandsendringer i elvesletter pga. vannkraftutbygning

Det har også vært utviklet modeller for å kunne forutsi endringer i grunnvannstand forårsaket av endringer i elvevannstanden. Mørk og Stang (1984) har utviklet en en-dimensjonal modell for dette formålet. Inputdata er endringene i elvevannstanden som en funksjon av tiden, samt

infiltrasjon fra nedbør.

Kapillær transport

Mørk et al. (1988) beskriver en rekke beregninger av kapillært opptrekk fra grunnvannet til plantenes rotsone. Beregningene er gjort både med en tidsavhengig numerisk modell og med en forenklet metode som forutsetter stasjonær strømning. Beregninger kan tyde på at det kapillære opptrekket kan være svært følsomt for grunnvannsdyp.

8.2 Sverige

Ifølge Rasmuson (1991) har grunnvannsmodeller vært i bruk siden tidlig på 70-tallet. Opprinnelig var de mest brukt til analyse av grunnvannsmagasin. Nå er dette bildet betydelig endret og anvendelsesområdet spenner nå fra bergrom, strømning og transport i oppsprukket fjell med hensyn til endelig lagring av radioaktivt avfall og problemer knyttet til varmelagring i fjell. I tillegg er det modeller for beregning av forurensningsspredning fra avfallsplasser og jordbruksområde, forsuring, og tekniske løsninger som design av vanntette toppdekk for spesialavfall.

Magasinanalyse

Det er av økende interesse å få bedre kjennskap til grunnvannsstrømningen for videre å bruke dette i beregninger av forurensningsspredning. Tradisjonelle "finite element" modeller (FEM) har vært brukt på grunn av fleksibilitet med hensyn til irregulære grenser og anisotropi. Spesielt SUTRA (Voss, 1984) utviklet ved USGS er brukt ved flere institusjoner. SUTRA simulerer todimensjonal, transient, mettet/umettet, tetthetsbetinget grunnvannsstrøm med energitransport, eller transport av kjemisk reaktive enkeltelement. En annen modell som også er mye brukt er GEOFEM-G (Runesson et al., 1979) utviklet ved Chalmers.

I et tilfelle ble det viktigste grunnvannsmagasinet på Kristiansslätten i Sør-Sverige (Gustafsson et al., 1988) simulert ved bruk av SUTRA (Voss, 1984). "Finite element"-nettets bestod av 598 elementer og 662 noder. Brønnene som er ansvarlige for 80 % av vannuttaket er inkludert i beregningene. Fra pumpetester ble det beregnet transmissivitet, magasinkoeffisient og lekkasjefaktorer. Fra modellberegningene kan det konkluderes at det i de fleste områder kan tas ut betydelig mer vann f.eks. til jordvanning. Imidlertid fremkom det et område hvor økt bruk av grunnvann ville føre til betydelige endringer i grunnvannspeilet.

Et annet eksempel er beskrevet av Zhang og Hjort (1985). Her ble grunnvannsmodellen brukt til å studere grunnvannsstrømning, med særlig vekt på sambruken av overflatevann og grunnvann. Modellen er todimensjonal, transient for en heterogen, anisotropisk, åpen akvifer. Dataprogrammet kombinerer ADI-metoden med Gauss Seidel tolkningsmetoden (Prickett og Lonquist, 1971). Modellberegninger viser at det på grunn av begrenset magasinkapasitet er gunstig å infiltrere elvevann i akviferen. Dette vil øke grunnvannsbrønnenes reguleringskapasitet, og hindre uttørring av akviferen.

Strømninger og transport i oppsprukkede bergarter

Dette området har hatt et kraftig oppsving de siste ti årene, og er nå det viktigste forskningsområdet innen grunnvannsmodellering. Ved bruk av "finite element"-modeller GWHRT (Grunfelt, 1983) og NAMMU (Atkinson et al., 1985) er det i aktuelle områder foretatt en vurdering av hydrologiske forhold. Modellene kan håndtere 3D, anisotropi, nivåbestemt hydraulisk ledningsevne og store sprekker.

På grunnlag av det beregnede strømningsmønsteret for grunnvann er det beregnet en radioaktiv transport. Beregningene er hovedsaklig gjort langs uavhengige strømningskanaler, og modellen er derfor endimensjonal. Analytiske metoder og IFDM har vært brukt for å løse ligningene (Rasmuson og Neretnieks, 1982; 1986).

Stokastiske sprekke mønstermodeller har blitt utviklet av Andersson et al. (1984; 1986; 1987). På grunn av at det er umulig å kjenne til detaljene i et sprekkesystem er det anvendt stokastiske beregningsmetode. I denne tilnærmingen er det brukt statistiske verdier for sprekke -retning, - lengde og -åpning målt i borehull, tunneler osv.

Det er også utført arbeid angående **varme lagring** ved Avdeling for Matematisk Fysikk - LTH, og det er skrevet en håndbok om jordvarme (Claesson et al., 1985).

Design av topplag

I de siste årene er det brukt strømningsmodeller for umettet sone for å beregne sammensetningen av toppdekke på gruvetipper som inneholder sulfider (Collin, 1987; Rasmuson og Collin, 1988). Innhold og gjennomstrømning av vann i topplaget er beregnet ved hjelp av dataprogrammet TRUST (Harasimhan, 1975). Programmet kan brukes til å beregne mettet- og umettet strømning i 3D, heterogent materiale ved å ta hensyn til kompressibilitet til vann og matriks.

Nye satsingsområder

I Sverige gjelder dette særlig bruk av stokastiske modeller (Cvetcovic et al., 1988) for å håndtere heterogenitet og koble kjemi med kjemiske transportmodeller (Rasmuson, 1988).

I det første tilfellet er det tatt hensyn til variasjoner i fysiske og kjemiske parametre, ved å anta at de kontrollerende forholdene er tilfeldige variable med en gitt statistisk egenskap. Det er lagt spesielt vekt på variasjonen i hydraulisk ledningsevne under grunnvannsspeilet, tilførsel av overflatevann, dyp til grunnvannsspeil og opptaks-frigjøringsmekanismer i grunnen.

Det har i lang tid vært kjent at en generelt ikke kan betrakte transporten av kjemiske komponenter i grunnvannet uavhengig av de kjemiske egenskapene til det enkelte element eller andre element som det er bundet til gjennom kjemiske likevekt. På samme måten må ligningene som beskriver transporten kobles sammen med de algebraiske ligningene som beskriver likevektstilstanden. Både kjemien og den kjemiske transporten i og i nærheten av slagghauger

fra svovelkisgruver ble beregnet ved bruk av det koblede kjemi-kjemitransport programmet CHEMTRN (Miller, 1983).

8.3 Finland

Ifølge Granlund (1991) har det i Finland siden tidlig på 70-tallet vært drevet aktiv forskning og utvikling innen grunnvannsmodellering. Økende bruk av grunnvann til drikkevann, søken etter nye energikilder, avfallsdeponering og miljøproblemer knyttet til grunnvannsressurser har ført til økende interesse for grunnvannsmodellering. Også programpakker, mikro-datamaskiner og grafiske muligheter har vært med på å stimulere bruken av modeller. Modellene har vesentlig blitt brukt til å løse problemer knyttet til grunnvannsstrømning i vannmettet sone. Enkelte studier er også gjort på strømning i umettet sone og på grunnvannskvalitet.

Akkanen (1988) gir en grundig oversikt over bruken av grunnvannsmodeller i Finland (finsk tekst).

8.4 Danmark

Siden introduksjonen av grunnvannsmodellering på midten av 1970-tallet har det skjedd en betydelig utvikling (Jensen, 1991). Det ble først brukt som redskap for å løse geologiske og hydrauliske problemstillinger knyttet til utbygging av grunnvannsforsyning. Det har så utviklet seg videre til å bli et multidisiplinært verktøy for å løse problemer knyttet til forringelsen av grunnvannskvaliteten på grunn kjemiske miljøgifter.

Grunnvannsstrømnings-modeller

En av de første hydrogeologiske modellene utviklet i Danmark ble gjort i forbindelse med de hydrogeologiske undersøkelsene i Suså i perioden 1977-81 (Hansen og Dyhr-Nielsen, 1982). I dette området ble det utviklet en integrert modell som inkluderte grunnvannsstrømning i den primære, lukkede akviferen, i den sekundære akviferen, og mellom disse og elva. Modellen inneholdt også komponenter for evapotranspirasjon og perkolasjon.

Det spesielle ved denne modellen er beskrivelsen av mekanismene ved utveksling av vann mellom den åpne og lukkede akviferen, og mellom akviferene og overflatevann. Modellen er grundig beskrevet i Refsgaard og Hansen (1982a,b). Modellen er videre utviklet, særlig med hensyn til spesifisering av inn- og utdata og finnes nå i PC-versjon.

SHE modelleringssystem

Det Europeiske Hydrologiske System (SHE) er et modelleringssystem utviklet i fellesskap av tre europeiske institusjoner. SHE-modellen er fysisk basert på at de hydrologiske prosessene som styrer vannbevegelse kan uttrykkes ved bruk av "finite difference" i løsningen av partielle differensialligninger for prosesser som flom, strømning i elv, mettet og umettet strømning under bakken. Modellen tar også hensyn til snøsmelting, vann som tas opp av vegetasjonen og

evapotranspirasjon. Modellens struktur er vist i Fig. 8.

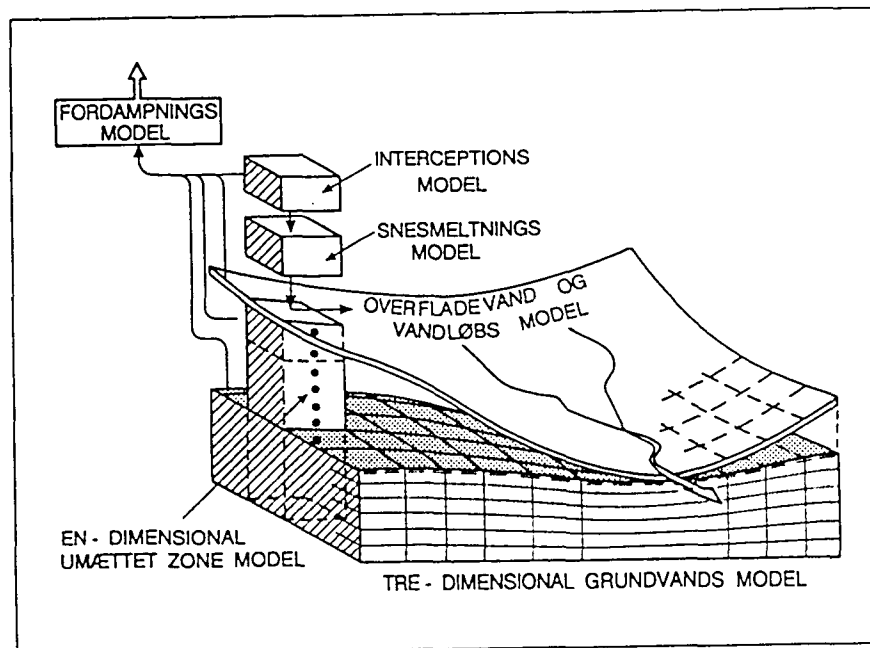


Fig. 8. Oppbygning av SHE (Abbot et al., 1986a).

SHE-modellen er forenklet ved å anta at for umettet sone er vertikalstrømning i de fleste tilfellene mye viktigere enn horisontalstrømning. Dette resulterer i en modellstruktur der uavhengige endimensjonale komponenter for umettet strømning på forskjellige nivå knyttes til en todimensjonal komponent for overflatestrømning. Horisontalplanet er delt inn i rektangulære blokker, og det antas at et uavhengig elvesystem renner langs blokkgrensene. For en grundigere gjennomgang av SHE, se Abbott et al. (1986a,b).

Prototypen av SHE slik den er beskrevet i Abbott et al. (1986a,b) er nylig utvidet slik at den inkluderer strømninger i akvifere med flere lag. Det er også innebygd en prosedyre som beskriver grunnvannsstrømning gjennom dreneringssystemer.

Umettet strømning

En modell som er beskrevet av Jensen (1983) er basert på "finite difference" tilnærming til Richards ligning for vertikal strømning. Modellen er mye benyttet i forbindelse med feltarbeid, Jensen og Butts (1986), Jensen og Refsgaard (1988a,b,c).

Forurensningstransport-modeller

I Danmark ble transportmodellering introdusert ved den to-dimensjonale "Method of Characteristics" (MOC) modellen (Konikow og Bredehoeft, 1978) gjennom samarbeid med U.S. Geological Survey. Modellen var opprinnelig bare brukt i forskningsprosjekt, men er nå i bruk

i flere konsulentfirma.

To-dimensjonell modellering er praktisk for å løse mange grunnvannsproblemer, men det ser ut som at modellen ikke er tilfredsstillende for å løse mange forurensningsproblemer. Det er nødvendig å koble sammen en kjemisk modell med strømnings- og transportberegninger for å kunne simulere skjebnen til de enkelte kjemiske komponenter som lekker ut av avfallsdeponier. Det er lagt spesielt stor vekt på ione-bytteprosessene som skjer mellom det forurensede grunnvannet og jordmatriks. Disse prosessene er beskrevet av Gaines-Thomas likevekt ione-byttelikningen som antar at de kinetiske prosessene er mye hurtigere enn hastigheten de enkelte komponentene beveger seg med gjennom akviferen. Videre er det antatt at prosessene er fullt reversible og at de valgte koeffisientene er konstante over tid. Også kationbyttekapasiteten (CEC) antas å være konstant over tid. (Nyere forskning (Williams, 1992) tyder imidlertid på at dette ikke nødvendigvis er tilfelle.) På grunnlag av disse betingelsene kan modellen samtidig håndtere transporten av 20 kationer som innvirker på hverandre. Den kjemiske modellen inkluderer også beskrivelsen av absorpsjon, nedbrytning, kompleksdannelse og utfelling, fortynningsprosesser som beskrevet i Ammentorp et al. (1986).

For å kunne gi en fullgod beskrivelse av forurensningsspredningen av nitrat er det nødvendig med en tredimensjonal strømnings- og transportmodell. For å løse dette ble HST3D-modellen (Kipp, 1987) valgt. Modellen er tillempet de aktuelle problemstillingene, spesielt med hensyn til den øvre, bevegelige grensen (grunnvannsspeilet). Videre er den geokjemiske datakoden PHREEQE (Parkhurst et al., 1980) koblet til HST3D-modellen for å kunne beskrive nedbrytningen av nitrat som antas å skje som redoks-prosesser (f.eks. oksydasjon av svovelkis eller organisk materiale).

Forskningsaktiviteter innen grunnvannsmodellering

Variasjonen mellom de målte verdier er forbundet med stor usikkerhet på grunn av den uforutsigbare variasjonen i rommet. In situ undersøkelser utført av Williams (1992) viser at den hydrauliske ledningsevnen kan variere med en faktor på 10 i forhold til beregninger utført i laboratoriet. Videre er denne ukjente variasjonen i akviferens egenskaper årsaken til spredning av forurensningskomponenter. Usikkerhet med hensyn til den faktiske heterogeniteten fører til usikkerheter ved tolkning av modellen.

En rasjonell tilnærming til problemstillingen er å betrakte den heterogene akviferen som tilfeldige variabler karakterisert ved noen få statistiske parametre. Innen denne modellen vil løsningen på strømnings- og transportproblemer bli uttrykt som en eller annen sannsynlig fordeling. Av spesiell interesse er løsningen av det første tilfelle, som gir den forventede verdien av den avhengige variable. Løsningen av det andre tilfellet gir kvantitative målinger av usikkerheten som gir en gjennomsnittlig løsning. Slike målinger av pålitelighet er av største betydning under tolkningen av resultatene fra modellen. Enhver beregning som er foretatt ved bruk av transportmodell, og som blir levert til en beslutningstaker, skulle inneholde informasjon om beregningens usikkerhet. I dag er bruken av modeller fremdeles langt fra dette målet.

Teoretiske beregninger har vist at den longitudinale spredningen øker jevnt med avstand fra spredningspunktet og antar en asymptotisk verdi. Dette støttes av Refsgaard (1986).

REFERANSER

- Abbott, M. B., Bathurst, J. C., Cunge, J. A., O'Connell, P. E. & Rasmussen, J. 1986a: An introduction to the European hydrological system - Systeme Hydrologique Europeen, "SHE", 1: Distributed modelling system. *Journal of Hydrology*, 87, 45-59.
- Abbott, M. B., Bathurst, J. C., Cunge, J. A., O'Connell, P. E. & Rasmussen, J. 1986b: An introduction to the European hydrological system - Systeme Hydrologique Europeen, "SHE", 2: Structure of a physically-based, distributed modelling system. *Journal of Hydrology*, 87, 61-77.
- Akkanen, H. 1988: Pohjaveden numeeriset mallit ja niiden käytö Suomessa. *Master's thesis. Oulo University, Department of Civil Engineering.* (In Finnish).
- Ammentorp, H. C., Jensen K. Høgh, Christensen, T. H. & Refsgaard, J. C. 1986: Solute transport and chemical processes: The present state of the unsaturated component of the SHE modelling system. *International conference on "Water quality modelling in the inland natural environment", Bournemouth, England, 10.-13. June 1986*, p. 187-197.
- Andersson, J., Shapiro, A. M. & Bear, J. 1984: A stochastic model of fractured rock conditions by measured information. *Water Resources Research*, 20, s. 79-88.
- Andersson, J. & Thunvik, R. 1986: Predicting mass transport in discrete fracture networks with the aid of geometrical field data. *Water Resources Research*, 22, s. 1941-1950.
- Andersson, J. & Dverstorp, B. 1987: Conditional simulations of fluid flow in three-dimensional networks of discrete fractures. *Water Resources Research*, 23, s. 1876-1886.
- Atkinson, R., Herbert, A. W. & Jackson, C. P. 1985: NAMMU User Guide. *DOE/RW/85.065*.
- Beldring, S. & Gottshalk, L. 1987: An indirect method for determination of the parameters of flood plain aquifers. *Nordic Hydrology*, 18, 65-78.
- Claesson, J., Efring, B., Eskilson, P. & Hellström, G. 1985: Markvärme. En handbok om termiske analyser. *BFR*.
- Christophersen, N. Seip, H. M. & Wright, R. F. 1982: A model for stream water chemistry at Birkenes, Norway. *Water Resources Research*, 18, 977 - 996.
- Collin, M. 1987: Mathematical modelling of water and oxygen transport in layered soil covers for deposits of pyrite mine tailings. *Licentiate Treatise*.
- Cvetcovic, V., Destouni, G. & Kung, C. S. 1988: The effect of heterogeneity in the unsaturated zone on regional transport of reactive solute. *Paper presented at the SNV Conference: Modelling of dispersion processes in the ground. Lejondals Slott Nov. 29-30*.

- Ewers, R. O. 1982: Cavern development in the dimensions of length and breadth. *Ph.D. thesis, McMaster University, Ontario, Canada*, ss. 398.
- Gjerde, K. M. & Tyvand, P. A. 1987: Anisotropy as a limit of layering - The decay of a disturbed free surface in porous medium. *Journal of Hydrology*, 94, 267 - 288.
- Gottschalk, L. 1991: Overview of the use of groundwater models in Norway. In Aars, Ø. (ed.): *Groundwater modelling in the Nordic countries*, 7-16. Nordic Hydrological Programme, NHP Report no 27.
- Granlund, K. 1991: Development and Applications of Groundwater Models in Finland. In Aars, Ø. (ed.): *Groundwater modelling in the Nordic countries*, 17-21. Nordic Hydrological Programme, NHP Report no 27.
- Grundfelt, B. 1983: GWHRT - A finite element solution to the couple ground water flow and heat transport problems in three dimensions. *KBS Technical Report 83-51*.
- Gustafsson, O., Jonasson, S. A., Magnusson, E. & Andersson, C. 1988: Grundvatten undersökningar på Kristianstadsslätten 1976 - 1987. *SGU*.
- Hansen, E. & Dyhr-Nielsen, M. 1982: The hydrological Suså-study. *Nordic Hydrology*, 13, 257-262.
- Holm, T. 1991: Hovedflyplass Gardermoen. Modellanalyse grunnvann. *Luftfartsverket, Rapport nr. 716*. 22 s.
- Jensen, K. Høgh 1983: Simulation of water flow in the unsaturated zone including the root zone. *Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, Series paper No. 33*, 259 pp.
- Jensen, K. Høgh 1991: Development and Applications of Groundwater Models in Denmark. In Aars, Ø. (ed.): *Groundwater modelling in the Nordic countries*, 23-50. Nordic Hydrological Programme, NHP Report no 27.
- Jensen, K. Høgh & Butts, M. B. 1986: Modelling of water flow in heterogeneous soil. Part II: Stochastic simulation for a field. *Nordic Hydrology*, 17 (4/5), 281-294.
- Jensen, K. Høgh & Refsgaard, J. C. 1988a: Spatial variability of physical parameters and processes in field soils. Part I: Water flow and solute transport in soil profiles. *Proc. Nordic Hydrological conference, Rovaniemi, Finland, 1-3 August 1988*, 121-138pp.
- Jensen, K. Høgh & Refsgaard, J. C. 1988b: Spatial variability of physical parameters and processes in field soils. Part II: Water flow at field scale. *Proc. Nordic Hydrological conference, Rovaniemi, Finland, 1-3 August 1988*, 139-154pp.
- Jensen, K. Høgh & Refsgaard, J. C. 1988c: Spatial variability of physical parameters and processes in field soils. Part III: Solute transport at field scale. *Proc. Nordic Hydrological*

conference, Rovaniemi, Finland, 1-3 August 1988, 155-168pp.

Kinzelbach, W & Rausch, R. 1989: Aquifer Simulation Modell. (En programkode som beregner grunnvannsstrøm ved endelige differensers metode, og som simulerer forurensnings-spredning ved "random walk" metoden.)

Kipp, K. L. 1987: HST3D - A computer code for simulation of heat and solute transport in three-dimensional groundwater flow systems. *U.S. Geological Survey, Water Resources Investigations Report 86-4095.*

Konikow, L. F. & Bredehoeft, J. D. 1978: Computer model of two-dimensional solute transport and dispersion in groundwater. *U.S. Geological Survey, Techniques of Water Resources Inv., Book 7, chapter C2.*

Lauritsen, S. E. 1982: The paleocurrents and morphology of Pikhaggrottene, Svartisen. Nord Norge.

Lauritsen, S. E., Abbot, J., Arnesen, R., Crossley, G., Grepperud, D., Ive, A. & Johnson, S. 1989: Morphology and hydraulics of an active phreatic conduit. *Cave Science 12*, s. 139-146.

Miller, C. W. 1983: CHEMTRN: User's Manual. *Lawrence Berkely Laboratory, University of California.*

Misund, A. & Sæther, O.M. 1991: Undersøkelse av forurenset grunn og grunnvann ved Trandum militærleir. *Norges geologiske undersøkelse, rapport nr. 91.228.*

MODFLOW, 1988: A Modular Three-Dimensional Finite-Difference Groundwater Flow Model. U.S.G.S., Report 83, Book 6.

Mørk, G. & Stang, O. 1984: Akvass: En grunnvannsmodell for elvesletter. *Norges Hydrodynamiske Laboratorier, Rapport nr. NHL 2 84119.*

Mørk, G., Haldorsen, S. & Jenssen, P. D. 1988: Modell for kapillær transport. *NHL Rapport nr. STF60 A88002*, s. 131

Narasimhan, T. N. 1975: A unified numerical model for saturated-unsaturated groundwater flow. *Ph.D. Thesis LBL, University of California.*

Odling, N. E. (i trykk): Network Properties of a two dimensional natural fracture pattern. *Pure and Applied Geophysics.*

Odling, N. E. & Webman, I. 1991: A 'conductance' mesh approach to the permeability of simulated fracture patterns. *Water Resources Research*, 27, s. 2633-2643.

Parkhurst, D. L., Thorstanson, D. C. & Plummer, L. N. 1980: PHREEQE - A computer program for geochemical calculations. *U.S. Geological Survey.*

- Prickett, T. A. & Lonquist, C. G. 1971: Selected digital computer techniques for groundwater resources evaluation. *Illinois State Water Survey. Bull. 55.*
- Rasmuson, A. 1988: Decomposition reaction and contaminant transport from mine tailings containing pyrite. *Report to SNV.*
- Rasmuson, A. 1991: Groundwater modelling in Sweden. A brief overview. In Aars, Ø. (ed.): *Groundwater modelling in the Nordic countries, 7-16.* Nordic Hydrological Programme, NHP Report no 27.
- Rasmuson, A. & Collin, M. 1988: Mathematical modelling of water and oxygen transport in layered soil covers for deposits of pyrite mine tailings. *Paper presented at the conference "Control of Environmental Problems from Metal Mines", Røros, Norway, June 20-24.*
- Rasmuson, A., Narasimhan, T. N. & Neretnieks, I. 1982: Chemical transport in a fissured rock: Verification of a numerical model. *Water Resources Research 18*, s. 1479-1492.
- Rasmuson, A. & Neretnieks, I. 1986: Radionuclide migration in strongly fissured zones - The sensitivity to some assumptions and parameters. *Water Resources Research 22*, s. 559-569.
- Refsgaard, A. 1986: Laboratory Experiments on Solute Transport in Non-Homogeneous Porous Media. *Nordic Hydrology, 17*, p. 305-314.
- Refsgaard, A. & Hansen, E. 1982a: A distributed groundwater/surface water model for the Suså-catchment. Part I: Model description. *Nordic Hydrology, 13*, 299-310.
- Refsgaard, A. & Hansen, E. 1982b: A distributed groundwater/surface water model for the Suså-catchment. Part II: Simulations of streamflow depletions due to groundwater abstraction. *Nordic Hydrology, 13*, 311-313.
- Runesson, K., Tägnfors, H. & Wiberg, N-E. 1979: GEOFEM-G. Computerprogram for groundwater seepage including confined aquifer analysis. *Chalmers university of Technology. Department of Structural Mechanics. GEOFEM-G. Publication 79:6. Göteborg.*
- Rushton, K.R. 1983. Groundwater hydrology. *Lecture notes; M.Sc. course in hydrogeology, Univ. of Birmingham, U.K., 1983-84.*
- Rushton, K.R & Redshaw, S.C. 1979. Seepage and groundwater flow. *Wiley & Sons.* 339 pp.
- Seip, K.L. 1985: Modellberegningmetoder for miljøgifter. *Senter for Industrieforskning, Rapport nr. 85 07 03 - 1.*
- Snekkerbakken, A. M. 1990: Grunnvann på Øvre Romerike - Sårbarhetskartlegging. *VIAK AB i Karlstad.*
- Sæther, O.M., Misund, A., Ødegård, M., Andreassen, B.T. & Voss, A. 1992. Groundwater contamination at Trandum landfill, Southeastern Norway. *Nor. geol. unders. Bull. 422 (i*

trykk).

- Teigland, R. 1991: On multigrid methods for numerical reservoir simulation. *Dr. oppgave. Rapport nr. 90, Institutt for anvendt matematikk, Universitetet i Bergen.*
- Teigland, R. & Ermland, B. G. (i trykk.): Comparison of two cell-centred multigrid schemes for problems with discontinuous coefficients.
- Todsen, M. 1971: On the solution of transient free-surface flow problems in porous media by finite difference methods. *Journal of Hydrology, 12, 177 - 210.*
- Todsen, M. 1973: Numerical studies of two-dimensional saturated/unsaturated drainage models. *Journal of Hydrology, 20, 311 - 326.*
- Tyvand, P. A. 1984: Decay of a disturbed free surface in layered porous medium. *Journal of Hydrology, 71, 377 - 382.*
- Tyvand, P. A. 1986a: Decay of a disturbed free surface in a anisotropic porous medium. *Journal of Hydrology, 83, 367 - 371.*
- Tyvand, P. A. 1986b: Decay of a disturbed free surface in porous layer with semi-pervious bottom. *Journal of Hydrology, 85, 367 - 370.*
- Tyvand, P. A. 1986c: Influence of a bottom fluid layer on the decay of a disturbed free surface in porous medium. *Journal of Hydrology, 85, 371 - 378.*
- Voss, C. I. 1984: SUTRA. Saturated-unsaturated transport. A finite-element simulation model for saturated-unsaturated, fluid-density-dependent ground-water flow with energy transport of chemically-reactive single species solute transport. -USGS, *Water-Resources Investigations report 84-4369, Reston, Virginia.*
- Williams, G. 1992: Controlled field experiments to study contaminant migration. *Foredrag gitt på konferansen "Groundwater pollution" i London 25.-26. februar 1992.*
- Zhang, T. & Hjort, P. 1985: Mathematical modeling of groundwater movement in the Kävlinge river basin with regard to conjunctive water use. *Report No. 3109, Lund, Sweden.*

Etterord

Vi retter en takk til Norsk Hydrologisk Komite som gjennom å støtte prosjektet "2½-dimensjonale, Tids-variant, grunnvannsstrømningsmodell - Trandum området" har gjort det mulig å utgi denne rapporten. Brit-Gunn Ermland, David Banks, Børre Johnsen og Noelle Odling har stått ansvarlig for kapitlene 2-6, David Banks for kapittel 7, og Arve Misund for kapittel 8. Vi har basert vår tekst og eksempler til en viss grad på innledninger til grunnvannsmodellering skrevet av Rushton (1983).